

# 连续体模型- 研究大规模电力系统机电动态的一种新方法

王小艳, 杨 浩

(西安电力高等专科学校, 陕西 西安 710032)

摘要: 随着同步相量测量技术的发展和电力系统的深入研究, 人们认识并观察到电力系统中的功角扰动以远低于光速的速度传播。大规模电力系统的连续体模型突破了对传统认识的局限性, 用波动理论这一崭新的视角研究电力系统的机电动态。本文根据经典物理学中矢量场理论, 推导出电力系统连续体模型中的非线性波动方程, 求出均匀电力系统在平衡点附近的解析解, 分析了机电波传播幅度变化的内在机理。最后用一个由 64 台发电机组成的环形仿真系统, 证明了大规模电力系统连续体系机电波模型的正确性。作为一种新的数学模型, 连续体系模型能够揭示电力系统机电动态的内在规律。

关键词: 电力系统; 连续体模型; 机电动态; 机电波

中图分类号: TM734

文献标志码: A

文章编号: 1001-1609(2008)02-0145-04

## The Continuum Model - A Novel Method for Studying Electromechanical Dynamics of Large-scale Power Systems

WANG Xiao-yan, YANG Hao

(Xi 'an Electric Power Institute, Xi 'an 710032, China)

Abstract: With the development of synchronized phasor measurement technique and the profound research on power systems, people observed that the disturbance of power-angle propagates in the power system with a speed much lower than that of light. The continuum model breaks through the limit of traditional concept. It studies electromechanical dynamics of large-scale power systems using wave motion principle, as is a completely novel viewpoint. Based on the vector field theory of the classical physics, this paper develops a nonlinear electromechanical wave equation in the continuum model for large-scale power systems. The analytical solution of the linearized wave equation about the equilibrium state shows the amplitude propagation mechanism of the electromechanical wave. Finally, the simulation results of a ring discrete system of 64 generators validate the proposed electromechanical wave continuum model for power systems. As a novel mathematical model, it might reveal the internal rules of electromechanical dynamics for large-scale power systems.

Key words: power system; continuum model; electromechanical dynamic; electromechanical wave

### 0 引言

正常运行的电力系统遭受到较大的扰动时, 会导致发电机输入的机械功率和输出的电功率失去动态平衡, 使得发电机的转速发生改变, 功角也随之变化。功角的变化在系统中传播会进一步影响到系统中有功功率的重新分配。经过一定时间的机电振荡, 系统最终过渡到一个新的平衡状态或者失去稳定。尽管发电机的惯性很大, 机电振荡的频率可能很缓慢, 但是机电扰动在系统中的传播会潜在的影响整个电力系统的安全, 而且它与电力系统的低频振荡关系极为密切。一旦扰动在某种条件下随时间变大, 就有可能激起系统的本征模态振荡而使整个系统失

去同步<sup>[1,2]</sup>。

研究机电动态的传统方法是建立整个系统的数学模型, 包括发电机和负荷的动态方程及电力网络的代数方程组, 然后根据扰动的性质选择适当的数值方法求解。现代的大型互联电力系统空间跨度广阔、结构繁杂, 是一个成百上千台发电机、变压器、电动机通过电力传输线相互耦合的复杂动力系统, 所以用数值积分方法求解如此大规模的微分代数方程组将占用大量的时间和资源, 使得计算难以用于实时的在线分析, 而且从这些极为细致的微观模型的个体表象中很难在整体上掌握电力系统的全局状态。

电力工作者很早就注意到了机电扰动用远低于电磁波的速度在电力系统中传播。但是, 由于技术手段的限制, 人们一直无法观察到机电扰动在电力系

收稿日期: 2008-01-15; 修回日期: 2008-03-17

作者简介: 王小艳(1964-), 女, 高级工程师, 讲师, 主要从事电工、电力系统分析方面的理论与应用研究。

统中的传播现象。直到最近，借助于全球定位系统 (GPS)，通过对远距离发电机转子角的同步相量测量 (PMU)，观察结果证实了机电扰动的传播速度确实远远低于光速<sup>[3-5]</sup>。文[6]通过观察美国西部电网 (WECC) 内几个变电站的电压相角和频率在出现扰动后的延迟规律，也说明了机电波的速度远低于光速。早在 1974 年，文[3]就把连续体的概念应用到了均匀的、各向同性的电力系统中。1985 年，文[4]基于连续体的观点把电力系统划分成小单元的方法更进一步的考虑了电力系统的非均匀性和各向异性。1998 年，文[7]应用连续体的概念，引入通用增量元件模型，得到了机电耦合的非线性机电波方程。文[8]把电力网络 (包括发电机、线路和负荷等) 作为二维空间的连续曲面，得到了描述非均匀电力系统的平面矢量场。借助于二阶张量，把传统模型所缺少的空间信息也包括在连续体系模型的元件参数张量中，给出了二维的非线性波动方程，用 New England 39 节点测试系统验证了连续体模型的正确性。文[9]从经典力学中多质量圆盘扭转振动到波的思想，根据相似性原理，建立了连续体机电理论的力学模型，并通过临界速度揭示了机电波传播过程中幅度增长或衰减的内在机理。文[10]根据行波传播的阻抗匹配原理，设计出了能消除机电波反射的分散控制器，并用 IEEE 118 节点测试系统验证了机电波能够被控制器限制在一定的区域内，并最终被完全吸收。

相对于传统的分析方法来说，笔者的连续体模型是研究大规模电力系统中机电动态和传播问题的一种新方法。该方法中的发电机采用经典二阶模型表示，输电线路采用准稳态模型。从系统稳定的全局出发，把电力网络 (包括发电机、线路和负荷等) 看作空间位置的连续函数，通过经典物理学中的波动理论建立描述机电扰动传播的方程。当电力系统的规模足够大、元件的密度也足够大时 (比如全国联网)，这将是一个合理的外推。描述电力系统机电动态的运动方程可以在连续体模型中推导为非线性的偏微分方程，同时传统模型所缺少的空间信息也被包括在连续介质模型的元件参数张量中。

### 1 电力系统的连续体模型

基于差分原理，当把描述电力系统的基本方程应用于一个空间上趋于无限小的增量元件时，就可以推导出电力系统连续体模型中的波动方程。

首先，在二维空间的任何一点  $r(x, y)$ ，选择一个通用的增量元件模型，它由电力系统中的各种元件 (包括发电机、负荷、输电线路以及相应的无源元件等) 组成。两段线路以相同的方位角交汇于空间点。当增量元件中相应参数取不同的值，就可以得出电力系统中所有元件数学模型。另外，若所研究的电力系统

中增量元件的参数完全一样，那么电力系统将成为一个均匀的、各向同性的连续体模型，称之为简单模型；反之，若随着空间位置的不同，增量元件的参数也不完全一样，则电力系统是一个不均匀的、各向异性的、在一定程度上接近真实的电力系统的连续体模型，称为复杂模型。复杂模型的推导要比简单模型困难很多，但两者的结果却具有相同的形式。

当电力系统处于稳态时，忽略系统中可能存在的非线性因素和电压、电流的高次谐波，即把系统等效为一个线性系统，就可用正弦相量表示连续体模型中的电压和电流，用复数表示阻抗和功率，同时由此导出的其它量也将都是复数。

图 1 中，支路  $i$  在空间  $r$  点处与  $x$  轴夹角为  $\theta_i$ ，沿  $x$  轴正、负方向的单位长度阻抗分别为  $z_i^+ = r_i^+ + jx_i^+$  和  $z_i^- = r_i^- + jx_i^-$ ， $y_s$  为母线节点处的并联导纳， $V(r)$  为空间点  $r$  处的电压相量， $\tilde{S}$  为发电机注入空间  $r$  点的复功率， $\tilde{S}_i^+$ 、 $\tilde{S}_i^-$  分别为空间  $r$  点沿  $x$  轴的正、负方向注入网络的复功率， $l_i$  为增量元件沿不同方向的长度， $r_i^0 = [\cos \theta_i \quad \sin \theta_i]^T$  为单位向量。

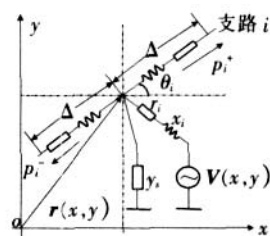


图 1 通用的增量元件模型

为了简单起见，笔者忽略了发电机的内阻抗 ( $r_i = 0, x_i = 0$ ) 以及输电线路的充电电容 ( $y_s = 0$ )。根据能量守恒定律，空间点  $r$  处的复功率  $\tilde{S}$  满足

$$\tilde{S} = \tilde{S}_i^+ + \tilde{S}_i^- = V(r) \left[ \frac{V(r) - V(r + r_i^0)}{z_i^+} + \frac{V(r) - V(r - r_i^0)}{z_i^-} \right] \quad (1)$$

当  $\theta_i = 0$  时，把  $V(r \pm r_i^0)$  展开成 Taylor 级数并忽略高次项后，代入式 (1) 得

$$\tilde{S} = -V(r) \left\{ \frac{y_i^+ + y_i^-}{2} [r_i^0 \cdot \nabla] V(r) \right\} + \frac{y_i^+ + y_i^-}{2} [r_i^0 \cdot \nabla]^2 V(r) + O(\theta_i^2) \quad (2)$$

式中  $y_i^+ = 1/z_i^+, y_i^- = 1/z_i^-$  分别为沿  $x$  轴正、负方向的单位长度导纳。

定义  $y_i = (y_i^+ + y_i^-)/2$  为线路在空间点  $r$  处导纳的平均值， $(r_i^0 \cdot \nabla) Y = (y_i^+ - y_i^-)/2$  为线路导纳  $Y$  沿着  $r_i^0$  的方向导数。应用恒等式  $[A \cdot (B \cdot \nabla)] = A \cdot \nabla + A \cdot \nabla \cdot B$ ，得

$$\tilde{S} = -V(r) \left\{ (r_i^0 \cdot \nabla) [Y_i(r_i^0 \cdot \nabla) V(r)] \right\} + O(\theta_i^2) \quad (3)$$

当空间点  $r$  是  $N$  条支路的交汇点时，式 (3) 可写成

$$\tilde{S} = -V(r) \cdot \nabla \cdot [Y(\nabla \cdot V)] + O(\theta_i^2) \quad (4)$$

式中  $Y = \sum_{i=1}^N y_i r_i^0 r_i^0 = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} y_i \cos^2 \theta_i & y_i \cos \theta_i \sin \theta_i \\ y_i \cos \theta_i \sin \theta_i & y_i \sin^2 \theta_i \end{bmatrix}$ , 为一个二阶张量, 即并矢。

如果节点注入功率在空间上也是连续分布的, 可定义  $\tilde{S} = \tilde{s}(r)$ , 当  $t=0$  时, 忽略高次项, 由式(4)可得功率密度  $\tilde{s}(r)$  为

$$\tilde{s}(r) = -V \cdot [Y(-V)]^* \quad (5)$$

定义导纳张量  $Y(r) = G(r) - jB(r)$ , 由式(5)可得有功功率密度  $p_e(r)$  为

$$p_e(r) = \text{Re}\{\tilde{s}(r)\} = -\text{Re}\{V \cdot [(G - jB)(-V)]^*\} \quad (6)$$

假定系统正常运行时, 所有母线的电压标么值均为 1.0, 即  $V(r) = V e^{j(\cdot)} = 1.0 e^{j(\cdot)}$ , 这样就忽略了系统中无功功率的流动, 于是可得  $V = (1.0 e^{j(\cdot)}) = j(\cdot) e^{j(\cdot)}$ , 代入式(6)可得

$$p_e(r) = -[B(\cdot)] + \cdot G \quad (7)$$

当电力系统可描述为均匀和各向同性的二维平面时, 导纳张量  $Y$  蜕化为对角阵, 于是式(7)就简化为

$$p_e(r) = -(B_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial y^2}) + G_{11} (\frac{\partial}{\partial x})^2 + G_{22} (\frac{\partial}{\partial y})^2 \quad (8)$$

式(8)中  $B_{11}$ 、 $B_{22}$ 、 $G_{11}$ 、 $G_{22}$  是二阶张量中的元素, 且均为常数。

式(8)是连续体模型中有功功率密度的表达式。设空间点处发电机转子的运动方程为

$$M(r) \frac{d^2(\cdot)}{dt^2} + D(r) \frac{d(\cdot)}{dt} = P_m(r) - P_e(r) \quad (9)$$

式中  $M$ 、 $D$  为发电机的角动量和转子阻尼;  $P_m$  为注入发电机的机械功率;  $P_e$  为发电机输出的电功率。

将式(9)中的系数化为密度形式, 即令  $M = m$ ,  $D = d$ ,  $P_m = p_m$ ,  $P_e = p_e$ , 则

$$m \frac{d^2}{dt^2} + d \frac{d}{dt} = p_m - p_e \quad (10)$$

电力系统化为一维时, 将式(8)代入式(10)得

$$m \frac{\partial^2}{\partial t^2} + d \frac{\partial}{\partial t} = p_m - B \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G (\frac{\partial}{\partial x})^2 \quad (11)$$

这是一个机械和电磁耦合的非线性波动方程, 简称为机电波方程。

## 2 机电波的传播

式(11)是一个通用的方程, 其系数都是空间坐标  $x$  的函数, 一般来说很难求出解析解。不过, 为了研究机电波的传播特征, 用小信号分析法对非线性方程(11)进行平衡点  $\phi_0(x)$  附近的线性化。假定系统在平衡点  $\phi_0(x)$  附近有一个极小的扰动  $\phi_1(x, t)$ , 使得线路的功角变为  $\phi(x, t) = \phi_1(x, t) + \phi_0(x)$ , 代入方程(11)得线性化后的波动方程为(假定稳态潮流方向与  $x$  正方向相同, 且所有系数都是常数)

$$m \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + d \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = b \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \quad (12)$$

忽略初始速度的影响, 解波动方程(12)得

$$\phi_1(x, t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{d}{2m}t} [e^{-\gamma x} f(x-t) + e^{+\gamma x} f(x+t)] = \frac{1}{2} [e^{-(\cdot + \omega)t} f(x-t) + e^{-(\cdot - \omega)t} f(x+t)] \quad (13)$$

式中  $\omega = \sqrt{b/m}$ , 表示机电波的传播速度,  $f(\cdot)$  是增量角  $\phi_1$  的初始位移,  $\omega = 2\sqrt{gp_m}$ ,  $\omega = d/(2\sqrt{mb})$ , 而  $\omega_0 = d$  是临界波速, 它决定着两个变量  $x$  和  $t$  同时变化时增量角幅度的增衰。

式(13)意味着相角增量的初始值分成两部分以相同的速率  $\omega$  向不同的方向传播, 其幅值的衰减或增长与临界波速  $\omega_0$  有关。

## 3 算例分析

该仿真系统是一个一维环形电力系统, 它是美国西部环形结构电力系统的简化。虽然一维环形系统结构简单, 但同样能反映机电波在电力系统中传播的本质特征。设一维环形系统由  $N=64$  台发电机首尾串联而成, 且等距分布, 见图 2。假定系统均匀, 且全系统电压标么值均为  $U=1.0$  p.u., 发电机间距  $=1.0$  p.u., 发电机角动量  $m=4.0$  p.u., 阻尼常数  $d=0.05$  p.u., 输电线路的单位长度电阻和电抗  $r_0=1/101$  p.u.、 $x_0=10/101$  p.u.

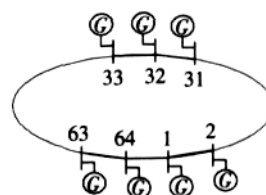


图 2 64 机环形电力系统

系统处于平衡状态时, 逆时针环绕系统一周, 发电机母线的电压相角均匀滞后  $2\pi$  弧度, 即系统中有一个稳定的环形潮流。设第 64 号发电机母线为松弛节点, 功角为 0, 平衡时各发电机母线的电压相角为

$$\phi_i^{eq} = -2\pi i/N \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

从式(14)可求得每一个发电机的电功率和机械功率分别为  $p_e^{eq} = p_e|_{t=0}$ ,  $p_m^{eq} = p_m|_{t=0} = p_e^{eq}$ 。令初始扰动为

$$\phi_i^{dist} = 0.5 e^{-0.1 \pi^2 (i-N/2)^2} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (15)$$

根据发电机的摇摆方程

$$m \frac{d^2 \phi_i}{dt^2} + d \frac{d \phi_i}{dt} = p_m - p_e \quad (16)$$

用 MATLAB 对式(16)进行仿真, 计算发电机母线的电压相角随时间的变化曲线, 结果见图 3、4。

图 3 是仿真过程中  $t=0, 10, 30, 50$  s 时的波形图, 可见初始扰动是分成两部分以行波的形式向线路的不同方向传播。机电波在与有功功率相反的顺

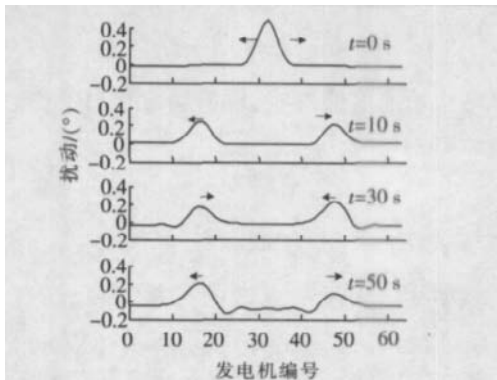


图3 离散模型的机电波在4个瞬间的波形图

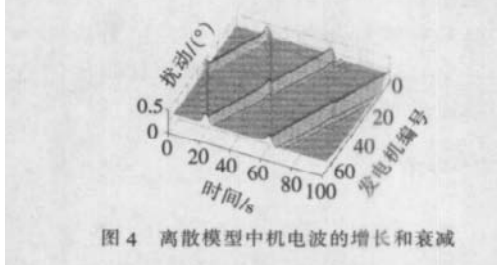


图4 离散模型中机电波的增长和衰减

时针方向(向左)幅度逐渐增长,在与有功功率相同的逆时针方向(向右)幅度逐渐衰减。这是因为机电波的传播速度  $v = \sqrt{b/m} = 1.581 \text{ p.u./s}$  小于临界速度  $v_0 = \omega/d = 5.023 \text{ p.u./s}$ , 即  $v < v_0$ , 所以理论分析和仿真结果相一致。图5、6是与图3、4对应的连续体模型中理论解的结果。对比可知,两者的结论相同。

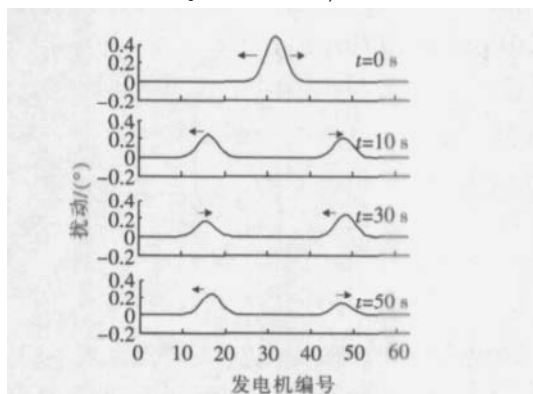


图5 连续体模型的机电波在4个瞬间的波形图

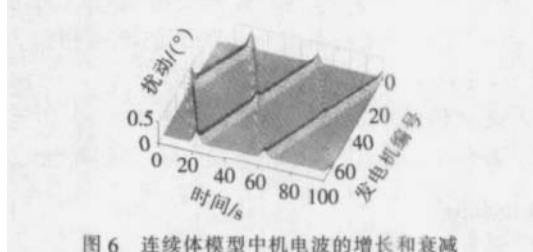


图6 连续体模型中机电波的增长和衰减

实际电力系统的参数和结构是极其不均匀的,发电容量彼此相差很大,输电线路的长度、规格、

电压等级都不尽相同,而且还可能分叉甚至形成电磁环网,所以实际电力系统中机电波的传播是很复杂的,可能只有数值解。不过,由于实际电力系统的规模有限,机电波不可能总能找到与功率方向相反的路径传播,而且发电机的阻尼和线路电阻都很小,因而不一定能观察到机电波幅度明显的增减,但是实际电力系统中的有功功率按照行波的形式用远低于光速的速度传播是毋庸置疑的。

#### 4 结语

笔者从电力系统连续体模型的通用增量元件出发,推导出了连续体模型中的非线性机电波方程,分析了电力系统中机电扰动的传播机理,给出了机电扰动以行波形式传播时幅值增长或衰减的规律。连续体模型用波的概念研究电力系统中能量(功率)的传播,为进一步应用机电波理论解决实际电力系统中的相关问题提供了一个新的思路,具有一定的理论价值。

#### 参考文献:

- [1] 束洪春, 司大军, 高峰, 等. 高压输电线路故障及操作电磁暂态数字计算新方法[J]. 电力系统自动化, 2000, 24(10): 23-26.
- [2] 张鹏飞, 薛禹胜, 张启平, 等. 基于PMU实测摇摆曲线的暂态稳定量化分析[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(20): 17-20.
- [3] SEMLYEN A, Analysis of Disturbance Propagation in Power Systems Based on a Homogeneous Dynamic Model [J]. IEEE Trans on PAS, 1974, 93(2): 676-684.
- [4] DERSIN P, LEVIS A H. Aggregate Feasibility Sets for Large Power Networks [C]// Proc 9th Triennial World Cong. IFAC, Budapest, Hungary, 1984: 2 163-2 168.
- [5] CRESAP R L, HAUER J F. Emergence of a New Swing Mode in the Western Power System [J]. IEEE Trans. on PAS, 1981, 100(4): 2 037-2 045.
- [6] MURPHY R J. Power System Disturbance Monitoring [C]// Western Protective Relay Conf, Spokane, WA, 1994: 17-20.
- [7] THORP J S, SEYLER C E, PHADKE A G. Electromechanical Wave Propagation in Large Electric Power Systems[J]. IEEE Trans. on CAS-I, 1998(45): 614-622.
- [8] PARASHAR M, THORP J S, SEYLER C E. Continuum Modeling of Electromechanical Dynamics in Large Electric Power Systems [J]. IEEE Trans on CAS-I, 2004, 51(9): 1848-1858.
- [9] WANG De-lin, WANG Xiao-ru, THORP J S. Study on Electromechanical Wave Continuum Model for Power System in Mechanics [C]// IEEE Power Engineering Society General Meeting, Montreal, QC, Canada, 2006: 18-22.
- [10] SCHOLTZ E. Observer-based Monitors and Distributed Wave Controllers for Electromechanical Disturbances in Power Systems [D]. PhD thesis, MIT, EECS, 2004.